İZMİR
MATEMATİK OLİMPİYATI - II
2. AŞAMA SINAVI – 2. KISIM
18.05.2019, 12:00-13:30

T.C. KİMLİK NO : **ADI SOYADI :**

OKULU : **SINIFI :**

SINAV SALONU : **SIRA NO :** **İMZA :**

SINAV HAKKINDA BİLGİ ve SINAV KURALLARI

- 2. İzmir Matematik Olimpiyatı sınavı Dokuz Eylül Üniversitesi Çocuk Eğitimi ve Uygulama Araştırma Merkezi (DEÇEM) bünyesinde, Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümü öğretim üyeleri tarafından organize edilmiştir.
- Bu sınavda herbiri 5 puanlık 3 adet soru vardır ve sınav süresi **90 dakika**dır.
- Sınavda pergel, cetvel, hesap makinesi gibi yardımcı araçlar kullanılması yasaktır.
- Sizlere dağıtılan boş cevap kağıtlarının her birine ad soyad yazmayı ve kağıtlarınızı teslim etmeden evvel sayfa numarası verip sıralamayı unutmayınız. Varsa müsvette olarak kullandığınız kağıtları da üzerine büyükçe bir çarpı işareti koyarak sınav kağıdınız ile birlikte görevliye teslim ediniz.
- Soruların çözümünde tüm iddialarınızı kanıtlamanız gerekmektedir. Ayrıca, kanıtlarınızı yazarken Matematik dilini doğru bir şekilde kullanmanız beklenmektedir.
- Sınav süresince görevlilerle konuşulmayacak ve onlara soru sorulmayacaktır.
- Ögrencilerin birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler istemeleri, kendi aralarında konuşmaları yasaktır. Herhangi bir şekilde kopya (verme/çekme) girişiminde bulunan öğrencinin sınavı iptal edilir.
- Sınav başladıktan sonraki ilk yarım saat içinde sınav salonundan ayrılmak yasaktır.
- **Dışarıya çıkan bir aday tekrar sınava alınmayacaktır**.
- **Cep telefonuyla sınava girmek yasaktır**. Cep telefonunuzu lütfen görevliye teslim ediniz.
- 2. İzmir Matematik Olimpiyatının ödül töreni 30.05.2019 Perşembe günü Saat 17:00 de Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Fakültesi C-Blok konferans salonunda yapılacaktır.

İZMİR MATEMATİK OLİMPİYATI
2. AŞAMA SINAV SORULARI – 2.KISIM
18.05.2019, 12:00-13:30

5 puan 1. Verilen her $\dfrac{a}{b}$ rasyonel sayısı için $\left|\dfrac{a}{b} - \sqrt{2}\right| \geq \dfrac{\delta}{b^2}$ eşitsizliğini sağlayan bir $\delta > 0$ sayısının varlığını gösteriniz.

5 puan 2. Asal sayıları küçükten büyüğe doğru sıraladığımızda n. sıradaki asal sayı p_n olsun. Her $n \geq 1$ tam sayısı için $p_{n+1} \leq 2^{2^n} + 1$ olduğunu gösteriniz.

5 puan 3. ABC üçgeninin kenarları üzerinde $[AB]$ kenarını $\dfrac{|BD|}{|DA|} = x$, $[BC]$ kenarını $\dfrac{|CE|}{|EB|} = y$ ve $[AC]$ kenarını da $\dfrac{|AF|}{|FC|} = z$ oranında içten bölen D, E ve F noktaları alınıyor. $[AE] \cap [BF] = \{P\}$, $[BF] \cap [CD] = \{Q\}$ ve $[CD] \cap [AE] = \{R\}$ olacak şekilde $[AE]$, $[BF]$ ve $[CD]$ doğru parçaları çizilerek elde edilen PQR üçgeninin alanının ABC üçgeninin alanına oranı nedir? (İddianızı kanıtlayınız.)

ÇÖZÜMLER